

Basic concepts of probability theory

प्रायिकता सिद्धांत की मूल संकल्पनाएँ

1. सिक्का (coin) :- Head (चित) = H

Tail (पट) = T

2. पासा (Die) :-

अंक (digits) = 1, 2, 3, 4, 5, 6

3. ताश की गड्डी (Playing Cards)

→ Total cards (कुल पत्ते) = 52

→ Group (समूह) = 4

(i) Red heart (लाल पान) = 13

(ii) Diamond (ईंट) = 13

(iii) Spades (कालापान) = 13

(iv) Club (चीड़ी) = 13

→ Face cards (चित्रपत्ता) = 12

(i) King (बादशाह) = 4

(ii) Queen (रानी) = 4

(iii) Jack (गुलाम) = 4

→ Colour group (रंग समूह) = 2

(i) Red Colour (लाल रंग) = 26

(ii) Black Colour (काला रंग) = 26

4. Permutation (क्रमचय)

$${}^nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

5. Combination (संचय)

$${}^nC_r = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

6. Sample Space (प्रतिदर्श समष्टि) :-

The set of all possible outcomes in a random experiment is called a sample space. It is denoted by S.

किसी प्रयोग में आने वाले सभी संभावित परिणामों के

समुच्चय को प्रतिदर्श समष्टि कहते हैं। इसे S द्वारा दिखाया जाता है।

7. Event :- Every subset of a sample space is called an event. It is denoted by E.

घटना :- प्रतिदर्श समष्टि के प्रत्येक समुच्चय को घटना कहते हैं। E द्वारा दिखाया जाता है।

8. Impossible event :- Empty subset of sample space is called impossible event. It is denoted by ϕ .

असंभव घटना :- प्रतिदर्श समष्टि के रिक्त उपसमुच्चय को असंभव घटना कहते हैं। इसे ϕ से दिखाया जाता है।

9. Probability (प्रायिकता) :-

S = Sample space (प्रतिदर्श समष्टि)

E = Event (घटना)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}, \quad 0 \leq P(E) \leq 1$$

P(E) = Probability of event E

घटना E की प्रायिकता

n(E) = Number of elements in event E.

घटना E में अवयवों की संख्या

n(S) = Number of elements in sample space

प्रतिदर्श समष्टि में अवयवों की संख्या

$$\rightarrow P(\phi) = \frac{n(\phi)}{n(S)} = 0$$

Probability of impossible event is zero.

असंभव घटना की प्रायिकता शून्य होता है।

$$\rightarrow P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$$

Probability of sure event is one.

निश्चित घटना की प्रायिकता एक होता है।

$$10. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$11. P(A') = 1 - P(A)$$

$$12. P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

Multiple Choice Questions
(बहु विकल्पीय प्रश्न)

1. What is the probability of sure event ?

निश्चित घटना की प्रायिकता क्या होता है?

- (a) 0 (b) 1
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{3}$

2. What is the probability of impossible event ?

असंभव घटना की प्रायिकता क्या है?

- (a) 0 (b) 1
(c) $\frac{1}{2}$ (d) -1

3. A coin tossed then the sample space will be

एक सिक्के को उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि होगा

- (a) {1, 2, 3, 4, 5, 6}
(b) {H, T}
(c) {2, 4, 6}
(d) {2, 4, 6, H, T}

4. A die throw one time then sample space will be

एक पासा को फेंकने पर प्रतिदर्श समष्टि होगा

- (a) {H, T}
(b) {1, 2, 3, 4, 5, 6}
(c) {1, 3, 5}
(d) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

5. Two coins are tossed once, then number of elements in sample space are

दो सिक्कों को एक बार उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि में अवयवों की संख्या है

- (a) 2 (b) 6
(c) 4 (d) 8

6. A coin tossed once, the probability of getting a head is

एक सिक्के को एक बार उछाला गया, चित्त प्राप्त होने की प्रायिकता है

- (a) 1 (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{6}$

7. A die thrown once, the probability of appear even numbers is

एक पासा को एक बार उछाला गया, सम संख्या आने की प्रायिकता है

8. A die is tossed once, What is the probability of getting a number greater than 4 ?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$

एक पासा को उछाला गया है, चार से बड़ी संख्या प्राप्त होने का प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{2}{3}$ (d) 1

9. A die is tossed once. What is the probability of getting the number 8 ?

एक पासा को एक बार उछाला गया है। 8 प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{3}$ (d) 0

10. Two coins are tossed once. What is the probability of getting 2 heads ?

दो सिक्कों को एक बार उछाला गया है। पासे पर 2 चित्त प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$
(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{2}{3}$

11. Two coins are tossed once. What is the probability of getting at least 1 head ?

दो सिक्के को एक बार उछाला गया। कम - से - कम 1 चित्त प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{1}{3}$

12. Two dice are thrown once. What is probability of getting a doublet?

एक जोड़े पासे को एक बार फेंका गया, पासे पर द्विक आने की प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{36}$
(c) $\frac{1}{18}$ (d) $\frac{1}{12}$

13. From a well-shuffled pack of 52 cards, a card is drawn at random. What is the probability of getting a black card

अच्छी तरह फटे गये 52 ताश की गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला गया। काले पत्ते प्राप्त होने प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{13}$
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

14. From a well-shuffled pack of 52 cards, a card is drawn at random. What is the probability of getting a face card?

अच्छी तरह फटे गये 52 ताश की गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया निकाला गया। चित्र पत्ता होने प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{3}$
(c) $\frac{4}{13}$ (d) $\frac{3}{13}$

15. Which of the following can not be the probability of occurrence of an event?

निम्नलिखित में से कौन किसी घटना की घटित होने की प्रायिकता नहीं है

- (a) 0 (b) $-\frac{3}{4}$
(c) $\frac{3}{4}$ (d) 1

16. Which of the following can not be the probability of occurrence of an event?

निम्नलिखित में से कौन किसी घटना की घटित होने की प्रायिकता नहीं है

- (a) 0 (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{1}{3}$

17. If $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$ then $P(A \cup B) =$

यदि $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{5}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{15}$ तो $P(A \cup B) =$

- (a) $\frac{4}{13}$ (b) $\frac{1}{15}$
(c) $\frac{10}{13}$ (d) $\frac{7}{15}$

18. If $P(A) = 0.35$, $P(A \cap B) = 0.25$ and $P(A \cup B) = 0.6$ then $P(B) =$

यदि $P(A) = 0.35$, $P(A \cap B) = 0.25$ और $P(A \cup B) = 0.6$ तो $P(B) =$

- (a) 0.25 (b) $\frac{1}{3}$
(c) 0.5 (d) $\frac{7}{15}$

19. If $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.35$ and $P(A \cup B) = 0.7$ then $P(A \cap B) =$

यदि $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.35$ और $P(A \cup B) = 0.7$ तो $P(A \cap B) =$

- (a) 0.15 (b) 0.25
(c) 0.5 (d) 0.05

20. If $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$, where A and B are disjoint events then $P(A \text{ or } B) = ?$

यदि $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B) = \frac{1}{5}$, जहाँ A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं, तो $P(A \text{ या } B) = ?$

- (a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{4}{5}$
(c) $\frac{1}{5}$ (d) 1

21. If $P(A) = 0.42$, $P(B) = 0.48$, and $P(A \cap B) = 0.16$ then $P(\text{not } A) =$

यदि $P(A) = 0.42$, $P(B) = 0.48$ और $P(A \cap B) = 0.16$ तो $P(A \text{ नहीं}) =$

- (a) 0.58 (b) 0.52
(c) 0.42 (d) 0.48

22. A coin tossed once. The probability of not getting a head is

एक सिक्को को एक बार उछाला गया। चित्त प्राप्त नहीं होने की प्रायिकता है

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) 1
(c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{1}{2}$

23. If $P(A) = \frac{1}{3}$, then $P(\text{not } A) =$

यदि $P(A) = \frac{1}{3}$, तो $P(A \text{ नहीं}) =$

- (a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{2}$

24. A card is drawn at random from a pack of cards. The probability of the card drawn being a king or a black card is

ताश की एक गड्डी से यादृच्छया एक पत्ता खींचा जाता है। पत्ता के बादशाह या काले रंग की होने की प्रायिकता होगी

- (a) $\frac{15}{16}$ (b) $\frac{4}{13}$
(c) $\frac{15}{52}$ (d) $\frac{7}{13}$

25. A bag containing 4 white and 5 red balls. If two balls are drawn at random from the bag then the probability that both are of the same colour is

एक थैले में 4 सफेद और 5 लाल गेंद हैं। यदि उनमें से यादृच्छया दो गेंदें निकाली जाएँ तो दोनों गेंदों के एक ही रंग के होने की प्रायिकता होगी

- (a) $\frac{5}{108}$ (b) $\frac{1}{6}$

- (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{5}{18}$
26. If three cards are drawn from a pack of 52, what is the chance that all will be kings?
यदि ताश के 52 पत्तों में से 3 पत्ते खींचे जाएँ, तो तीनों के बादशाह होने की क्या संभावना है?
- (a) $\frac{1}{5525}$ (b) $\frac{1}{2555}$
(c) $\frac{1}{52551}$ (d) None
27. If A and B are two mutually exclusive events then $P(A \cup B)$ will be
यदि A तथा B दो परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हों, तो $P(A \cup B)$ का मान होगा
- (a) $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
(b) $P(A) - P(B)$
(c) $P(A) \cdot P(B)$
(d) $P(A) + P(B)$
28. If A is any event and A' its complementary $P(A) + P(A') = ?$
यदि A कोई घटना हो तथा A' इसकी पूरक घटना हो, तो $P(A) + P(A') = ?$
- (a) -1 (b) 1
(c) 0 (d) $\frac{1}{2}$
29. If A and B are two events then $P(A - B) = ?$
यदि A तथा B दो घटनाएँ हों तो $P(A - B) = ?$
- (a) $P(A) - P(A \cap B)$
(b) $P(A) + P(A \cap B)$
(c) $P(A) - P(B)$
(d) $P(A) - P(A \cup B)$
30. The probability of the occurrence of 4 in throwing a die is
एक पासे की फेंक में अंक 4 आने की प्रायिकता है
- (a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{1}{6}$ (d) $\frac{3}{2}$
31. The probability of the occurrence of an event is $\frac{1}{5}$. Then the probability of its non - occurrence is
किसी घटना के घटने की प्रायिकता $\frac{1}{5}$ है तो उसके नहीं घटने की प्रायिकता है
- (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{2}{5}$
(c) $\frac{1}{5}$ (d) 0
32. What is the probability of drawing a king from pack of 52 cards?
- 52 पत्तों के ताश की एक गड्डी से एक बादशाह निकालने की प्रायिकता क्या है?
- (a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{4}{13}$
(c) $\frac{1}{52}$ (d) $\frac{1}{4}$
33. What is the probability of getting 2 tails in tossing of a coin twice?
किसी सिक्के को दो बार उछालने पर दोनों बार शीर्ष पाने की प्रायिकता क्या है?
- (a) 4 (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) 1
34. If three coins are tossed, the probability of occurrence of three tails is
यदि तीन सिक्कों को उछाला जाए तो तीनों पृष्ठ आने की प्रायिकता है
- (a) $\frac{1}{8}$ (b) $\frac{1}{16}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{3}{8}$
35. A bag contains 10 white and 15 black balls. One ball is taken out. The probability that it is white is
एक थैली में 10 उजली और 15 काली गोलियाँ हैं। उनमें से एक गोली निकाली जाती है। इसके उजली होने की प्रायिकता है
- (a) $\frac{1}{25}$ (b) $\frac{2}{5}$
(c) $\frac{10}{15}$ (d) $\frac{1}{10}$
36. If A, B are two events for which $P(A \cap B) = 0$ then
यदि A, B दो घटनाएँ इस प्रकार हों कि $P(A \cap B) = 0$ तो
- (a) They are mutually exclusive (ये परस्पर अपवर्जी हैं)
(b) One is impossible event and the other is sure event. (एक असंभव घटना एवं दूसरी निश्चित घटना है)
(c) Sure events (निश्चित घटनाएँ)
(d) None of these (इनमें कोई से नहीं)
37. If the probability of the event A is 0.35, the probability of A not happening =
यदि घटना A की प्रायिकता 0.35 हो, तो घटना A के नहीं होने की प्रायिकता =
- (a) 0.35 (b) 0.65
(c) 0.75 (d) 0.55
38. The probability of an event lies between

किसी घटना की प्रायिकता के बीच होती है

- (a) 0 and 1 (b) -1 and 1
(c) 1 and 2 (d) -1 and 0

39. Two dice are thrown at a time. The probability that the numbers shown are even prime is

दो पासे फेंके जाते हैं। ऊपर आनेवाले दोनों अंक सम अभाज्य होने की प्रायिकता है

- (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{36}$
(c) $\frac{35}{36}$ (d) $\frac{1}{12}$

40. Three unbiased coins are tossed once. What is the probability of getting at least 1 heads ?

तीन सिक्के को एक बार उछाला गया। कम से कम 1 चित्त आने की प्रायिकता क्या है?

- (a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{1}{2}$
(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

Very Short Answer Type Questions (अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. List the sample space in tossing a fair coin.

एक निष्पक्ष सिक्के को उछालने में प्रतिदर्श समष्टि की सूची बनाएँ।

2. List the sample space in tossing a die.

एक पासे को उछालने में प्रतिदर्श समष्टि की सूची बनाएँ।

3. Two coins are tossed together. List the sample space.

दो सिक्के को एक साथ उछाला गया है। प्रतिदर्श समष्टि की सूची बनाएँ।

4. Three coins are tossed together. List the sample space.

तीन सिक्के को एक साथ उछाला गया है। प्रतिदर्श समष्टि की सूची बनाएँ।

5. Two coins are tossed once. What is the probability of getting 1 head and 1 tail?

दो सिक्के को उछाला गया है। एक चित्त और एक पट प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है?

6. Three coins are tossed together, find the probability of getting exactly two heads.

तीन सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो ठीक दो शीर्ष आने की प्रायिकता निकालें।

7. Find the probability of the occurrence of 5 in throwing a dice.

एक पासे के फेंकने में अंक 5 के ऊपर आने की प्रायिकता निकालें।

8. Find the probability of the occurrence of 2 in throwing a die.

एक पासे के फेंकने में अंक 2 के ऊपर आने की प्रायिकता निकालें।

9. If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ then find $P(A \cup B)$.

यदि $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ तो $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

10. If $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.2$ and $P(A \cap B) = 0.1$ then find $P(A \cup B)$.

यदि $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.2$ और $P(A \cap B) = 0.1$ तो $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात कीजिए।

11. If $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ and $P(A \cup B) = 0.2$ then find $P(A \cap B)$.

यदि $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$ और $P(A \cup B) = 0.2$ तो $P(A \cap B)$ का मान निकालें।

12. Tossed a die once, then find the probability of getting an even prime number.

एक पासे को एक बार उछाला जाता है, तो एक सम अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

13. If A and B are mutually exclusive events where $P(A) = 0.2$ and $P(B) = 0.3$, then find $P(A \cup B)$.

यदि A तथा B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं, जहाँ $P(A) = 0.2$ तथा $P(B) = 0.3$ तो $P(A \cup B)$ का मान ज्ञात करें।

14. A coin is tossed once. Find the probability of getting a tail.

एक सिक्के को एक बार उछाला गया है। एक पट आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

15. Fill in the blanks .(रिक्त स्थानों को भरें।)

(i) $P(A \cap B) = 0$ if the events A, B areevents.
 $P(A \cap B) = 0$ यदि घटनाएँ A, Bहों।

(ii) $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ if A and B areevents.
 $P(A \cap B) = P(A).P(B)$ यदि घटनाएँ A, Bहों।

(iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ if A and B are.... events.

$P(AB) = P(A) + P(B)$ यदि घटनाएँ A, Bहों।

Short Answer Type Questions (लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. If $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ then find the following.

यदि $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ तो निम्नांकित का मान निकालें।

(i) $P(A')$ and $P(B')$

(ii) $P(A' \cup B')$

2. If $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ then find

यदि $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ और $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ तो निकालें।

(i) $P(A \cup B)$

(ii) $P(A' \cap B')$

3. What is the probability of throwing more than 4 in a single throw from an ordinary die ?

एक पासे को एक बार फेंकने में 4 से बड़ी संख्या आने की क्या प्रायिकता है?

4. Two dice are rolled, then determine the sample space.

दो पासे को उछाला जाता है, तो प्रतिदर्श समष्टि ज्ञात करें।

5. In a random experiment, let A and B be event such that $P(A \text{ or } B) = 0.7$, $P(A \text{ and } B) = 0.3$ and $P(\bar{A}) = 0.4$. Find $P(B)$.

एक यादृच्छिक परीक्षण में, माना A तथा B दो घटनाएँ हैं, जिसमें $P(A \text{ या } B) = 0.7$, $P(A \text{ और } B) = 0.3$ तथा $P(\bar{A}) = 0.4$, $P(B)$ का मान निकालें।

6. If A and B are two events such that $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$ and $P(A \text{ and } B) = 0.1$, Find

(i) $P(A \text{ or } B)$

(ii) $P(A \text{ but not } B)$

(iii) $P(B \text{ but not } A)$

(iv) $P(\text{neither } A \text{ nor } B)$

यदि A और B दो घटनाएँ हैं, $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$ और $P(A \text{ और } B) = 0.1$ तो मान ज्ञात कीजिए

(i) $P(A \text{ या } B)$

(ii) $P(A \text{ परन्तु } B \text{ नहीं})$

(iii) $P(B \text{ परन्तु } A \text{ नहीं})$

(iv) $P(\text{ना ही } A \text{ ना ही } B)$

7. A bag contains 4 white and 5 black balls. A ball is

drawn at random from the bag. Find the probability that the ball drawn is white.

एक थैले में 4 सफेद तथा 5 काली गेंदे हैं। थैले से एक गेंद यादृच्छया निकाला जाता है। निकाले गए गेंद सफेद होने की प्रायिकता ज्ञात करें।

8. A bag contains 3 white and 2 black balls. Find the probability of drawing a black ball at random.

एक थैले में 3 उजली तथा 2 काली गेंदे हैं। यादृच्छया एक काली गेंद निकालने की प्रायिकता निकालें।

9. Three coins are tossed together, find the probability of getting at least two tails.

तीन सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो कम-से-कम दो पृष्ठों के आने की प्रायिकता निकालें।

10. If $P(A) = 2P(B)$ and $P(A \cup B) + P(A \cap B) = \frac{7}{8}$, then find $P(A)$ and $P(B)$.

यदि $P(A) = 2P(B)$ और $P(A \cup B) + P(A \cap B) = \frac{7}{8}$, तो $P(A)$ तथा $P(B)$ का मान निकालें।

Long Answer Type Questions (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. Two dice are thrown simultaneously. Represent the sample space and the following events.

दो पासों को एक साथ फेंका जाता है, तो प्रायिकता समष्टि एवं निम्नलिखित घटनाओं को प्रदर्शित करें—

(i) the sum of the numbers appeared is 5

ऊपर आनेवाले अंकों का योग 5 हो

(ii) the sum of the numbers appeared is less than 6

ऊपर आनेवाले अंकों का योग 6 से कम हो

(iii) the number appeared in the first is greater than 3

पहले पासे के ऊपर आनेवाले अंकों 3 से बड़ा हो

2. What is the chance that a leap year, selected at random, will contain fifty - three sundays?

इसकी क्या संभावना है कि एक अधिवर्ष में, जो कि यादृच्छया चुना जाता है, 53 रविवार हों?

3. Two cards are drawn at random from a pack of 52 cards. What is the probability that both the drawn cards are aces?

52 ताश के पत्ते की गड्डी से दो पत्ते यादृच्छया खींचा जाता है। खींचे गए दोनों पत्ते इक्के होने की प्रायिकता क्या है?

4. Two dice are tossed together. Find the probability of getting a doublet or a total of 6.

दो पासे को एक साथ उछाला जाता है। एक दिक या कुल 6 आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

5. In a class 30% of the students like Mathematics, 20% like Chemistry and 10% like both. If a student is selected at random, find the probability that he has like Mathematics or Chemistry.

एक वर्ग में 30 विद्यार्थी गणित, 20% विद्यार्थी रसायन तथा 10% विद्यार्थी दोनों पसंद करते हैं यदि एक विद्यार्थी को यादृच्छया चुना जाता है तो वह गणित या रसायन पसंद करता है उसकी क्या प्रायिकता होगी?

Multipple Choice Question (बहुविकल्पीय प्रश्नों का उत्तर)

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. b | 2. a | 3. b | 4. b | 5. c |
| 6. c | 7. a | 8. a | 9. d | 10. b |
| 11. c | 12. a | 13. c | 14. d | 15. b |
| 16. c | 17. d | 18. c | 19. a | 20. b |
| 21. a | 22. d | 23. b | 24. d | 25. c |
| 26. a | 27. d | 28. b | 29. a | 30. c |
| 31. a | 32. a | 33. c | 34. a | 35. b |
| 36. a | 37. b | 38. a | 39. b | 40. a |

Very Short Answer Type Questions (अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. The sample space in tossing a fair coin
एक निष्पक्ष सिक्के को उछालने में प्रतिदर्श समष्टि,
 $S = \{H, T\}$
 $n(S) = 2$ Ans.
2. The sample space in tossing a die,
एक पासे को उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि,
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $n(S) = 6$ Ans.
3. Required sample space (अभिष्ट प्रतिदर्श समष्टि)
 $S = \{H, T\} \times \{H, T\}$
 $S = \{HH, HT, TH, TT\}$
 $n(S) = 4$ Ans.
4. Required sample space (अभिष्ट प्रतिदर्श समष्टि)
 $S = \{H, T\} \times \{H, T\} \times \{H, T\}$
 $= \{HH, HT, TH, TT\} \times \{H, T\}$

$$= \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(S) = 8$$

5. Two coins are tossed once then sample space दो सिक्के को एक बार उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि,

$$S = \{H, T\} \times \{H, T\}$$

$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

Let E = event of getting 1 head and 1 tail

माना E = एक चित और एक पट आने की घटना

$$E = \{HT, TH\}, n(E) = 2$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ Ans.}$$

6. Three coins are tossed together then sample space ,

तीन सिक्कों को एक साथ उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि,

$$S = \{H, T\} \times \{H, T\} \times \{H, T\}$$

$$S = \{HH, HT, TH, TT\} \times \{H, T\}$$

$$S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(S) = 8$$

Let E = event of getting exactly two heads

माना E = ठीक दो चित आने की घटना

$$E = \{HHT, HTH, THH\}$$

$$n(E) = 3$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{8} \text{ Ans.}$$

7. Throw of a die then sample space,
एक पासे को उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि,

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(S) = 6$$

Let E = event of getting digit 5

माना E = अंक 5 आने की घटना

$$E = \{5\}, n(E) = 1$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6} \text{ Ans.}$$

8. Throw of a die then sample space ,
एक पासे को उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि,

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Let E = event of getting digits 2.

माना E = अंक 2 आने की घटना

$$E = \{2\}, n(E) = 1$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6} \quad \text{Ans.}$$

9. Given, $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{6 + 4 - 3}{12}$$

$$= \frac{10 - 3}{12}$$

$$= \frac{7}{12} \quad \text{Ans.}$$

10. Given, $P(A) = 0.5, P(B) = 0.2, P(A \cap B) = 0.1$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.5 + 0.2 - 0.1$$

$$= 0.7 - 0.1$$

$$= 0.6 \quad \text{Ans.}$$

11. Given, $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A \cup B) = 0.2$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$= 0.3 + 0.4 - 0.2$$

$$= 0.7 - 0.2$$

$$= 0.5 \quad \text{Ans.}$$

12. Tossed a die once the sample space,

एक पासे को उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि,

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(S) = 6$$

Let E = event of getting an even prime number

माना E = एक सम अभाज्य संख्या आने की घटना

$$E = \{2\}, n(E) = 1$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{6} \quad \text{Ans.}$$

13. Given, $P(A) = 0.2, P(B) = 0.3$ and A and B are Mutually exclusive events, then $P(A \cap B) = 0$

दिया है $P(A) = 0.2, P(B) = 0.3$ तथा A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं तो $P(A \cap B) = 0$

$$\therefore P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= 0.2 + 0.3$$

$$= 0.5 \quad \text{Ans.}$$

14. A coin is tossed once then sample space,

एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है तो प्रतिदर्श समष्टि,

$$S = \{H, T\}$$

Let E = event of getting a tail

माना E = एक पट आने की घटना

$$E = \{T\}, n(E) = 1$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{2} \quad \text{Ans.}$$

15. (i) Mutually exclusive (परस्पर अपवर्जी)

(ii) independent (स्वतंत्र)

(iii) Mutually exclusive (परस्पर अपवर्जी)

Short Answer Type Questions (लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Given, $P(A) = \frac{3}{8}, P(B) = \frac{1}{3}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

(i)

$$P(A') = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{3}{8}$$

$$= \frac{8 - 3}{8}$$

$$= \frac{5}{8} \quad \text{Ans.}$$

$$P(B') = 1 - P(B)$$

$$= 1 - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{3 - 1}{3}$$

$$= \frac{2}{3} \quad \text{Ans.}$$

(ii) $P(A' \cup B')$

$$\begin{aligned}
 P(A' \cup B') &= P[(A \cap B)'] \\
 &= 1 - P(A \cap B) \\
 &= 1 - \frac{1}{4} \\
 &= \frac{4-1}{4} \\
 &= \frac{3}{4} \quad \text{Ans.}
 \end{aligned}$$

2. Given, $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

(i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3}{8} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \\
 &= \frac{9+8-6}{24} \\
 &= \frac{17-6}{24}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{11}{24} \quad \text{Ans.}$$

(ii) $P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - \frac{11}{24}$$

$$= \frac{24-11}{24}$$

$$= \frac{13}{24} \quad \text{Ans.}$$

3. Throw a single die the sample space ,

एक पासे को फेंकने पर प्रतिदर्श समष्टि,

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, n(S) = 6$$

Let E = event of getting more than 4

माना E = 4 से बड़ी संख्या आने की घटना

$$E = \{5, 6\}, n(E) = 2$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{Ans.}$$

4. Two dice are rolled then sample space ,

दो पासे को उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि,

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)$$

$$(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)$$

$$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)$$

$$(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)$$

$$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)$$

$$(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

$$n(S) = 36$$

5. Given,

$$P(A \text{ or } B) = P(A \text{ या } B) = P(A \cup B) = 0.7,$$

$$P(A \text{ and } B) = P(A \text{ और } B) = P(A \cap B) = 0.3,$$

$$P(\bar{A}) = 0.4$$

$$\therefore P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$\Rightarrow 0.4 = 1 - P(A)$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - 0.4$$

$$\Rightarrow P(A) = 0.6$$

Now (अब) we know (हम जानते हैं)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 0.7 = 0.6 + P(B) - 0.3$$

$$\Rightarrow P(B) = 0.7 + 0.3 - 0.6$$

$$\Rightarrow P(B) = 1.0 - 0.6$$

$$\Rightarrow P(B) = 0.4 \quad \text{Ans.}$$

6. Given, (दिया है)

$$P(A) = 0.5, P(B) = 0.3$$

$$P(A \text{ and } B) = P(A \cap B) = 0.1$$

(i) $P(A \text{ or } B) = P(A \cup B)$

$$P(A \text{ या } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.5 + 0.3 - 0.1$$

$$= 0.8 - 0.1 = 0.7 \quad \text{Ans.}$$

(ii) $P(A \text{ but not } B) = P(A \cap \bar{B})$

$$P(A \text{ परन्तु } B \text{ नहीं}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= 0.5 - 0.1 = 0.4 \quad \text{Ans.}$$

(iii) $P(B \text{ but not } A) = P(B \cap \bar{A})$

$$P(B \text{ परन्तु } A \text{ नहीं}) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.3 - 0.1 = 0.2 \quad \text{Ans.}$$

(iv) $P(\text{neither } A \text{ nor } B) = P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$$P(\text{ना ही } A \text{ ना ही } B) = P(\overline{A \cup B})$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - 0.7 = 0.3 \quad \text{Ans.}$$

7. In a bag (एक थैले में)

white balls (सफेद गेंदें) = 4

black balls (काली गेंदें) = 5

total balls (कुल गेंदें) = 9

Required sample space (अभिष्ट प्रतिदर्श समष्टि)

$$S = \{W_1, W_2, W_3, W_4, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5\}$$

$$n(S) = 9$$

Let E = event of getting white ball

माना E = सफेद गेंद आने की घटना

$$E = \{W_1, W_2, W_3, W_4\}, n(E) = 4$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{9} \quad \text{Ans.}$$

8. In a bag (एक थैले में)

white balls (सफेद गेंदें) = 3

black balls (काली गेंदें) = 2

total balls (कुल गेंदें) = 5

Required sample space (अभिष्ट प्रतिदर्श समष्टि)

$$S = \{W_1, W_2, W_3, B_1, B_2\}, n(S) = 5$$

Let E = event of getting black ball

माना E = काली गेंद आने की घटना

$$E = \{B_1, B_2\}, n(E) = 2$$

Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{5} \quad \text{Ans.}$$

9. Three coins are tossed together then sample space, तीन सिक्कों को एक साथ उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि

$$S = \{H, T\} \times \{H, T\} \times \{H, T\}$$

$$= \{HH, HT, TH, TT\} \times \{H, T\}$$

$$= \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(S) = 8$$

Let E = event of getting at least two tails

माना E = कम - से - कम दो पट आने की घटना

$$E = \{HTT, THT, TTH, TTT\}$$

$$n(E) = 4$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \text{Ans.}$$

10. Given ,

$$P(A) = 2P(B) \dots\dots\dots(1)$$

$$P(A \cup B) + P(A \cap B) = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) + P(A \cap B) = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow 2P(B) + P(B) = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow 3P(B) = \frac{7}{8}$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{7}{24}$$

$$\text{Eqn (1) (समी० (1))} \Rightarrow P(A) = 2 \times \frac{7}{24} = \frac{7}{12}$$

$$\text{Hence, (अतः) } P(A) = \frac{7}{12}, \quad P(B) = \frac{7}{24} \quad \text{Ans.}$$

Long Answer Type Questions (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. Two dice are thrown then sample space

दो पासे को फेंकने पर प्रतिदर्श समष्टि

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$= \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)$$

$$(2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6)$$

$$(3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6)$$

$$(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6)$$

$$(5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6)$$

$$(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

$$n(S) = 36 \quad \text{Ans.}$$

(i) E_1 = event of the sum of the numbers appeared is 5.

ऊपर आनेवाले अंकों का योग 5 होने की घटना

$$E_1 = \{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$$

(ii) E_2 = event of the sum of the numbers appeared

is less than 6

ऊपर आनेवाले अंकों का योग 6 से कम आने की घटना

$$E_2 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), (4,1)\}$$

(iii) E_3 = event of the number appeared in the first is greater than 3

पहले पासे के ऊपर आनेवाला अंक 3 से बड़ा होने की घटना

$$E_3 = \{(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\}$$

2. A leap year has 366 days , therefore , 52 weeks and 2 days .

एक अधिवर्ष में 366 दिन होते हैं, जिसमें 52 सप्ताह तथा 2 दिन होंगे।

These two days may be (ये दो हो सकते हैं)

$S = \{(\text{Sunday, Monday}), (\text{Monday, Tuesday}), (\text{Tuesday, Wednesday}), (\text{Wednesday, Thursday}), (\text{Thursday, Friday}), (\text{Friday, Saturday}), (\text{Saturday, Sunday})\}$

$$n(S) = 7$$

Let E = Two favour the event that one of the two days is a sunday

माना E = अतिरिक्त दो दिनों में से एक रविवार होने की घटना

$$E = \{(\text{Sunday, Monday}), (\text{Saturday, Sunday})\}$$

$$n(E) = 2$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{7} \quad \text{Ans.}$$

3. Let S be the sample space .

(माना S प्रतिदर्श समष्टि है)

$n(S)$ = number of ways of selecting 2 cards out of 52.

52 पत्तों में से 2 पत्ते खींचने के कुल तरीके

$$\begin{aligned} &= {}^{52}C_2 \\ &= \frac{52!}{2! \times (52-2)!} \\ &= \frac{52!}{2! \times 50!} = \frac{52 \times 51}{2 \times 1} \\ &= 26 \times 51 = 1326 \end{aligned}$$

Let E = event that both the cards drawn are aces.

माना खींचे गए दोनों पत्ते इक्के होने की घटना

$$\begin{aligned} n(E) &= {}^4C_2 = \frac{4!}{2! \times (4-2)!} \\ &= \frac{4!}{2! \times 2!} \\ &= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = 6 \end{aligned}$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$\begin{aligned} P(E) &= \frac{n(E)}{n(S)} \\ &= \frac{6}{1326} = \frac{1}{221} \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$

4. Two dice are tossed together then sample space

दो पासे को उछालने पर प्रतिदर्श समष्टि

$$\begin{aligned} S &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \times \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \\ &= \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), \\ &\quad (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), \\ &\quad (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), \\ &\quad (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), \\ &\quad (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), \\ &\quad (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)\} \\ n(S) &= 36 \end{aligned}$$

Let E_1 = event of getting a doublet

माना E_1 = द्विक आने की घटना,

$$E_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$n(E_1) = 6$$

E_2 = event of getting a total 6

$$E_2 = \{(2,4), (3,3), (4,2), (1,5), (5,1)\}, n(E_2) = 5$$

$$\therefore E_1 \cap E_2 = \{(3,3)\}, n(E_1 \cap E_2) = 1$$

$$\therefore P(E_1) = \frac{n(E_1)}{n(S)} = \frac{6}{36}, P(E_2) = \frac{n(E_2)}{n(S)} = \frac{5}{36}$$

$$\text{and } P(E_1 \cap E_2) = \frac{n(E_1 \cap E_2)}{n(S)} = \frac{1}{36}$$

∴ Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$\begin{aligned} P(E_1 \cup E_2) &= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \\ &= \frac{6}{36} + \frac{5}{36} - \frac{1}{36} \\ &= \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \quad \text{Ans.} \end{aligned}$$

5. Let M= the students like Mathematics

माना M= गणित पसंद करने वाले विद्यार्थी

C = the students like chemistry

रसायन पसंद करने वाले विद्यार्थी

Now , $n(S) = 100$, $n(M) = 30$, $n(C) = 20$

$$n(M \cap C) = 10$$

$$\therefore P(M) = \frac{n(M)}{n(S)} = \frac{30}{100}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{20}{100}$$

$$P(M \cap C) = \frac{n(M \cap C)}{n(S)} = \frac{10}{100}$$

Required probability (अभिष्ट प्रायिकता)

$$P(M \cup C) = P(M) + P(C) - P(M \cap C)$$

$$= \frac{30}{100} + \frac{20}{100} - \frac{10}{100}$$

$$= \frac{30 + 20 - 10}{100}$$

$$= \frac{50 - 10}{100}$$

$$= \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Ans.